Simularea Examenului național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică M_mate-info

Barem de evaluare şi de notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z=\frac{(-13+11i)(2-5i)}{2^2+5^2}=$	**2p**
	$=\frac{29+87i}{29}=1+3i$, deci $\operatorname{Re}(z)=1$	**3p**
2.	$x_V=\frac{m}{2}$, $y_V=-\frac{m^2-8}{4}$	**2p**
	$y_V=-x_V+2 \Leftrightarrow -\frac{m^2-8}{4}=-\frac{m}{2}+2 \Leftrightarrow m^2-2m=0$, şi cum $m\neq 0$, rezultă $m=2$	**3p**
3.	Cum $\log_{x+1}3=\frac{1}{\log_3(x+1)}$, pentru orice $x>0, x\neq 1$ (condițiile de existență), ecuația se rescrie $\frac{2}{t}=1+t$, unde $t=\log_3(x+1)$	**2p**
	Obținem $t_1=1, t_2=-2$, de unde $x_1=2$, $x_2=-\frac{8}{9}$, care convin	**3p**
4.	Numărul de submulțimi ale lui A care au cel mult două elemente este egal cu $C_n^0+C_n^1+C_n^2$	**2p**
	Condiția din enunț se rescrie $1+n+\frac{n(n-1)}{2}=16 \Leftrightarrow n^2+n-30=0 \Leftrightarrow n\in\{-6,5\}$, iar cum $n\geq 2$ (condiția de existență), rezultă $n=5$	**3p**
5.	Dacă h este dreapta căutată, din $d\perp h$ rezultă $m_d\cdot m_h=-1$, iar cum $m_d=\frac{1}{2}$ rezultă că $m_h=-2$	**2p**
	Ecuația dreptei h este $y-y_A=m_h\cdot(x-x_A)$, de unde obținem $h: 2x+y-4=0$	**3p**
6.	$\sin^2 x=1-\cos^2 x=\frac{9}{25}$, iar cum $\sin x<0$, întrucât $x\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$, rezultă $\sin x=-\frac{3}{5}$, de unde $\operatorname{tg} x=\frac{3}{4}$	**3p**
	$\operatorname{ctg}2x=\frac{1}{\operatorname{tg}2x}=\frac{1-\operatorname{tg}^2 x}{2\operatorname{tg}x}=\frac{7}{24}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A)=\begin{vmatrix}0&1&-1\\-1&0&m\\1&-m&0\end{vmatrix}=0\cdot0\cdot0+1\cdot m\cdot1+(-1)\cdot(-1)\cdot(-m)-0\cdot m\cdot(-m)-0\cdot1\cdot(-1)-0\cdot(-1)\cdot(-m)=$	**3p**
	$=0+0+0-0-0-0=0$	**2p**
b)	$A^2=\begin{pmatrix}-2&2&2\\2&-5&1\\2&1&-5\end{pmatrix}\Rightarrow A^2+6I_3=\begin{pmatrix}4&2&2\\2&1&1\\2&1&1\end{pmatrix}$	**3p**
	$A\left(A^2+6I_3\right)=\begin{pmatrix}0&1&-1\\-1&0&2\\1&-2&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4&2&2\\2&1&1\\2&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}=O_3$	**2p**

c)	$B = xI_3 + A = \begin{pmatrix} 1 & x & -x \\ -x & 1 & mx \\ x & -mx & 1 \end{pmatrix}$	**3p**
	$\det(B) = m^2x^2 + 2x^2 + 1 \geq 1$, deci $\det(B) \neq 0$ pentru orice $m, x \in \mathbb{R}$, de unde rezultă că B este inversabilă	**2p**
2.a)	$x \circ y = \frac{xy}{10} - x - y + 20 = \frac{1}{10}(xy - 10x - 10y + 100) + 10 =$	**2p**
	$= \frac{1}{10}(x(y-10) - 10(y-10)) + 10 = \frac{1}{10}(x-10)(y-10) + 10$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$	**3p**
b)	$x \circ x = \frac{101}{10} \Leftrightarrow \frac{1}{10}(x-10)^2 + 10 = \frac{101}{10}$	**3p**
	$\Leftrightarrow (x-10)^2 = 1$, de unde $x_1 = 9$, $x_2 = 11$	**2p**
c)	$E(n) = a \circ \sqrt{100} \circ b = a \circ 10 \circ b$, unde $a = \sqrt{1} \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \ldots \circ \sqrt{9}$, $b = \sqrt{11} \circ \sqrt{12} \circ \ldots \circ \sqrt{n}$	**3p**
	$x \circ 10 = 10$, $10 \circ x = 10$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$, deci $E(n) = (a \circ 10) \circ b = 10 \circ b = 10 = constantă$, pentru orice $n \geq 2026$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = 2 + \frac{\left(x^2 + x + 1\right)'}{x^2 + x + 1} =$	**2p**
	$= 2 + \frac{2x+1}{x^2+x+1} = \frac{2x^2 + 4x + 3}{x^2 + x + 1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x+1) - f(x)\right) = \lim\limits_{x\to\infty}\left(2(x+1) - \ln\left(x^2+3x+3\right) - 2x + \ln\left(x^2+x+1\right)\right) =$	**3p**
	$= \lim\limits_{x\to\infty}\left(2 + \ln\left(\frac{x^2+3x+3}{x^2+x+1}\right)\right) = 2 + \ln 1 = 2$	**2p**
c)	$f'(x) > 0$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$, deci *f* este strict crescătoare, așadar este și injectivă	**3p**
	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, *f* este continuă, deci transformă un interval într-un interval, de unde rezultă că $\operatorname{Im} f = \mathbb{R}$, așadar *f* este și surjectivă, deci *f*, fiind injectivă și surjectivă, este bijectivă	**2p**
2.a)	$\int_1^e f(x)dx = \int_1^e \left(2e^x - 2 + \frac{1}{x}\right)dx =$	**2p**
	$= \left(2e^x - 2x + \ln x\right)\Big\vert_1^e = 2e^e - 4e + 3$	**3p**
b)	$F(x) = 2e^x - 2x + \ln x + k$, $k \in \mathbb{R}$	**3p**
	$F(1) = 2e \Leftrightarrow 2e - 2 + k = 2e \Leftrightarrow k = 2$, deci $F(x) = 2e^x - 2x + 2 + \ln x$	**2p**
c)	Dacă G este o primitivă a funcției $g(x) = f(x) - \frac{1}{x} = 2e^x - 2$, atunci $G'(x) = g(x)$ și $G''(x) = 2e^x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$	**3p**
	$G''(x) \geq 0$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$, deci funcția G este convexă	**2p**